



数字信号处理

Digital Signal Processing

付中华

mailfzh@nwpu.edu.cn

<http://www.nwpu-aslp.org/gary/>



第四部分(II)

有限冲激响应数字滤波器设计

- 1. FIR系统的线性相位特性
- 2. FIR数字滤波器设计的窗函数法
- 3. 窗函数
- 4. FIR数字滤波器的其他方法
- 5. 滤波器设计小结



1. FIR系统的线性相位特性

- 系统的频率响应：幅频响应和相频响应
 - 幅频响应反映了信号经过该系统后各频率成分衰减的情况
 - 相频响应反映了信号通过该系统后各频率成分在时间上发生的位移(时间延迟)情况
- 线性相位的意义
 - 相频响应是频率的线性函数，如： $\arg [H(e^{j\omega})] = -k\omega$

$$\text{设 } |H(e^{j\omega})| = 1, \text{ 则 } Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) = e^{-jk\omega}X(e^{j\omega})$$

$$\text{所以 } y(n) = x(n - k)$$

$y(n)$ 等于输入在时间上的位移，达到了无失真输出的目的

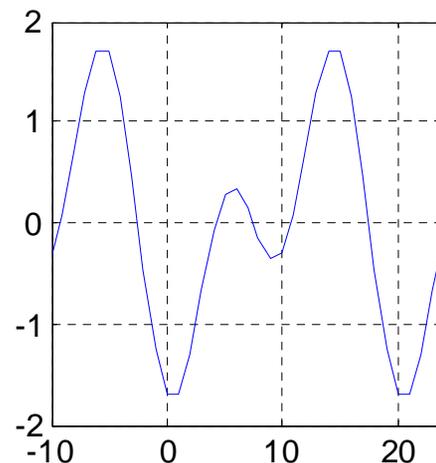
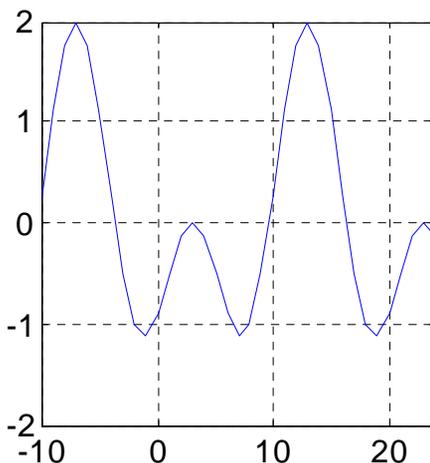
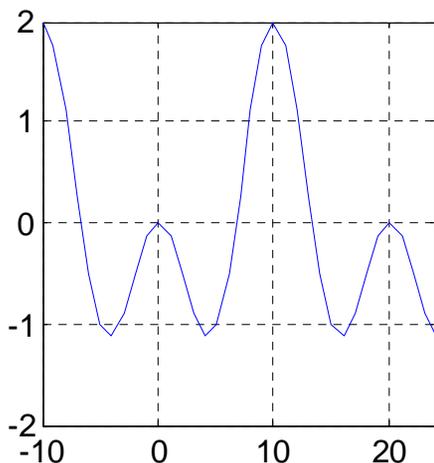


1. FIR系统的线性相位特性

■ 线性相位

- 输入信号可以分解成正弦信号的组合，当系统的相频响应不是线性时，输出的不同频率正弦信号将发生不同程度的相位漂移，导致输出信号波形发生失真

信号 $\cos(0.1\pi) + \cos(0.2\pi)$ 分别经过线性相位系统和非线性相位系统后的输出 (幅频响应都等于1)





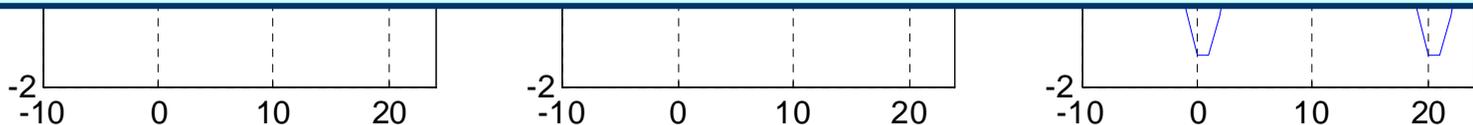
1. FIR系统的线性相位特性

■ 线性相位

- 输入信号可以分解成正弦信号的组合，当系统的相频响应不是线性时，输出的不同频率正弦信号将发生不同程度的相位漂移，导致输出信号波形发生失真

信号 $\cos(0.1\pi) + \cos(0.2\pi)$ 分别经过线性相位系统和非线性相位系统后的输出 (幅频响应都等于1)

线性相位问题还有很多内容，如瞬时频率和群延迟等，有着广泛的应用，在此不做深入讨论，可以参考时频分析等资料书





1. FIR系统的线性相位特性

■ 线性相位与 $h(n)$ 的对称性

- FIR是全零点系统，其 $h(n)$ 为有限长，容易实现某种对称性，从而获得线性相位
- IIR是零极点系统，其 $h(n)$ 为无限长，如果满足因果关系，很难实现对称性，因而难以获得线性相位

当FIR系统的单位抽样响应满足

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n)$$

时，该系统具有线性相位，其相频响应一般有 $\varphi(\omega) = -\omega(N - 1)/2$ 的形式



1. FIR系统的线性相位特性

■ 线性相位与 $h(n)$ 的对称性

- FIR是全零点系统，其 $h(n)$ 为有限长，容易实现某种对称性，从而获得线性相位
- IIR是零极点系统，其 $h(n)$ 为无限长，如果满足因果关系，很难实现对称性，因而难以获得线性相位

当FIR系统的单位抽样响应满足

$$h(n) = \pm h(N-1-n)$$

时，该系统具有线性相位，其相频响应一般有

$$\varphi(\omega) = -\omega(N-1)/2 + \text{的常数}$$

满足因果关系的对称性(奇对称和偶对称)，关于 $(N-1)/2$ 对称，即 $h(n)$ 先关于原点翻转，再往又平移 $N-1$ 个单位，与原 $h(n)$ 完全重合





1. FIR系统的线性相位特性

■ 线性相位与 $h(n)$ 的对称性

- FIR是全零点系统，其 $h(n)$ 为有限长，容易实现某种对称性，从而获得线性相位
- IIR是零极点系统，其 $h(n)$ 为无限长，如果满足因果关系，很难实现对称性，因而难以获得线性相位

当FIR系统的单位抽样响应满足

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n)$$

时，该系统具有线性相位，其相频响应一般有

$$\varphi(\omega) = -\omega(N - 1)/2 \text{的形式}$$

说明 $h(n)$ 的某种对称性导致线性相位



1. FIR系统的线性相位特性

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n)$$

由于 $h(n)$ 有奇、偶对称，而 N 可能取偶数，也可能取奇数，故可以分成四种情况讨论

(1) $h(n) = h(N - 1 - n)$ ，且 N 为奇数

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=0}^{(N-3)/2} h(n) e^{-j\omega n} + \sum_{n=(N+1)/2}^{N-1} h(n) e^{-j\omega n} + h\left(\frac{N-1}{2}\right) e^{-j(N-1)\omega/2} \\ &= \sum_{n=0}^{(N-3)/2} h(n) e^{-j\omega n} + \sum_{m=0}^{(N-3)/2} h(N-1-m) e^{-j\omega(N-1-m)} + h\left(\frac{N-1}{2}\right) e^{-j(N-1)\omega/2} \\ &= \dots \end{aligned}$$



(1) $h(n) = h(N-1-n)$, 且 N 为奇数

$$\begin{aligned}
 H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^{(N-3)/2} h(n)e^{-j\omega n} + \sum_{m=0}^{(N-3)/2} h(N-1-m)e^{-j\omega(N-1-m)} + h\left(\frac{N-1}{2}\right)e^{-j(N-1)\omega/2} \\
 &= e^{-j(N-1)\omega/2} \left\{ \sum_{n=0}^{(N-3)/2} h(n)e^{-j\omega(n-(N-1)/2)} + \sum_{m=0}^{(N-3)/2} h(N-1-m)e^{-j\omega((N-1)/2-m)} + h\left(\frac{N-1}{2}\right) \right\} \\
 &= e^{-j(N-1)\omega/2} \left\{ \sum_{n=0}^{(N-3)/2} h(n)e^{-j\omega(n-(N-1)/2)} + \sum_{m=0}^{(N-3)/2} h(m)e^{-j\omega((N-1)/2-m)} + h\left(\frac{N-1}{2}\right) \right\} \\
 &= e^{-j(N-1)\omega/2} \left\{ 2 \sum_{m=0}^{(N-3)/2} h(m) \cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-m\right)\omega\right] + h\left(\frac{N-1}{2}\right) \right\} \\
 &= e^{-j(N-1)\omega/2} \left\{ 2 \sum_{n=0}^{(N-1)/2} h\left(\frac{N-1}{2}-n\right) \cos \omega n + h\left(\frac{N-1}{2}\right) \right\}
 \end{aligned}$$

实函数

$H(e^{j\omega})$ 具有线性相位 $\arg[H(e^{j\omega})] = (N-1)\omega/2$





1. FIR系统的线性相位特性

- 其他三种情况可以类似导出
- 结论
 - 当FIR DF的抽样响应满足对称时，该滤波器具有线性相位
 - 如果为奇对称，则相频响应将额外产生 $\pi/2$ 的相移
$$\arg \left[H \left(e^{j\omega} \right) \right] = -(N-1)\omega/2$$
 - 设计一般用途的滤波器时， $h(n)$ 多取偶对称，长度 N 也往往取奇数

想一想，如果奇对称，即 $h(n) = -h(N-1-n)$ ，则 $\sum_{n=0}^{N-1} h(n) = 0$ ，
则 $\omega = 0$ 时， $H(e^{j\omega}) = 0$ ，因而无法实现低通特性





1. FIR系统的线性相位特性

■ 具有线性相位的FIR系统的零点分布

根据 $h(n)$ 的对称性有

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} = \pm \sum_{n=0}^{N-1} h(N-1-n) z^{-n}, \text{ 令 } m = N-1-n, \text{ 则}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(N-1-n) z^{-n} = z^{-(N-1)} \sum_{m=0}^{N-1} h(m) (z^{-1})^{-m} = z^{-(N-1)} H(z^{-1}), \text{ 故}$$

$$H(z) = \pm z^{-(N-1)} H(z^{-1}) = \pm z^{-(N-1)} G(z)$$

因此 $H(z)$ 的零点也是 $G(z)$ (即 $H(z^{-1})$)的零点。设 $z_k = r_k e^{j\varphi_k}$ 是 $H(z)$ 的一个零点

则 $z_k^{-1} = \frac{1}{r_k} e^{-j\varphi_k}$ 是 $H(z^{-1})$ 的零点, 也必然是 $H(z)$ 的零点, 有因为 $h(n)$ 一般是实

数, 故 $(z_k)^* = r_k e^{-j\varphi_k}$ 和 $(z_k^{-1})^* = \frac{1}{r_k} e^{j\varphi_k}$ 都是 $H(z)$ 的零点



1. FIR系统的线性相位特性

■ 具有线性相位的FIR系统的零点分布

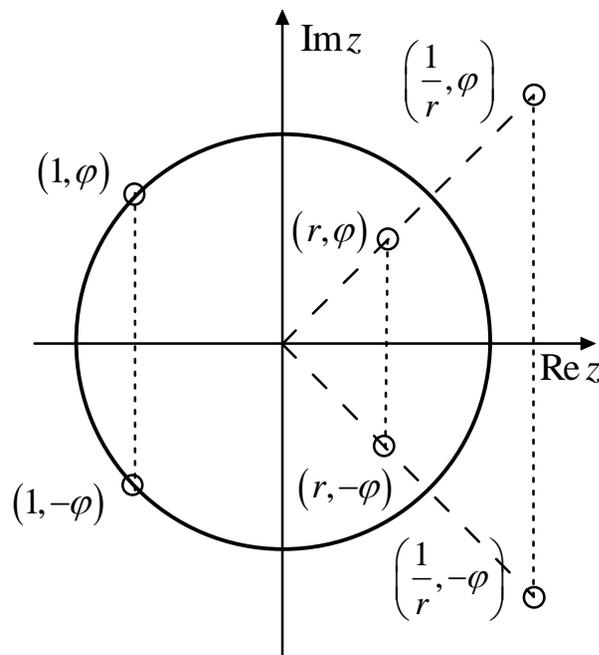
因此 $H(z)$ 的零点也是 $G(z)$ (即 $H(z^{-1})$)的零点。设 $z_k = r_k e^{j\varphi_k}$ 是 $H(z)$ 的一个零点

则 $z_k^{-1} = \frac{1}{r_k} e^{-j\varphi_k}$ 是 $H(z^{-1})$ 的零点，也必然是 $H(z)$ 的零点，有因为 $h(n)$ 一般是实

数，故 $(z_k)^* = r_k e^{-j\varphi_k}$ 和 $(z_k^{-1})^* = \frac{1}{r_k} e^{j\varphi_k}$ 都是 $H(z)$ 的零点

$$H(z) = \pm z^{-(N-1)} H(z^{-1})$$

一个FIR系统，如果其零点具有右图所示的对称性或满足上式，称这样的 $H(z)$ 为镜像对称多项式(mirror-image polynomial, MIP)



1. FIR系统的线性相位特性

■ 类型I型滤波器

$$h(n) = h(N-1-n), H(z) = z^{-(N-1)} H(z^{-1}), N \text{ 为奇数}$$

$H(1)$ 和 $H(-1)$ 可以取任意值

■ 类型II型滤波器

$$h(n) = h(N-1-n), H(z) = z^{-(N-1)} H(z^{-1}), N \text{ 为偶数}$$

$H(-1)$ 必然为0, 故不能实现高通或带阻

■ 类型III型滤波器

$$h(n) = -h(N-1-n), H(z) = -z^{-(N-1)} H(z^{-1}), N \text{ 为奇数}$$

$H(1)$ 和 $H(-1)$ 都必然为0, 故只能实现带通

■ 类型IV型滤波器

$$h(n) = -h(N-1-n), H(z) = -z^{-(N-1)} H(z^{-1}), N \text{ 为偶数}$$

$H(1)$ 必然为0, 故不能实现低通和带阻

设计一般用途的滤波器时, $h(n)$ 多取偶对称, 长度 N 也往往取奇数

第四部分(II)

有限冲激响应数字滤波器设计

- 1. FIR系统的线性相位特性
- 2. FIR数字滤波器设计的窗函数法
- 3. 窗函数
- 4. FIR数字滤波器的其他方法
- 5. 滤波器设计小结

2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ FIR系统

$H(z) = B(z)/A(z)$, $A(z) \equiv 1$, 而

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_M z^{-M} = \sum_{n=0}^M b_n z^{-n}, \text{显然 } b_n = h(n), \text{且 } n > M \text{ 时, } h(n) \equiv 0$$

■ FIR系统特点

- ❑ 缺点：只有零点，不像IIR系统那样容易取得好的通阻带特性，否则阶次要高
- ❑ 优点：总是稳定的，容易实现线性相位，允许设计多通带(阻带)滤波器。(后两项IIR系统不易实现)



2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ 设计思路

- 因为理想滤波器的 $h(n)$ 为无限长，对其进行加窗截短，得到的 $h'(n)$ 作为对 $h(n)$ 的逼近

考虑截止频率为 ω_c 的理想低通滤波器，假设 $H_d(e^{j\omega}) = 1, (-\omega_c \leq \omega \leq \omega_c)$ ，则

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega = \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$$

对 $h_d(n)$ 进行截短，只保留 $h_d(-M/2); \dots, h_d(M/2)$ ，并向右移位 $M/2$ ，得到

$$h(n) = h_d\left(n - \frac{M}{2}\right) = \frac{\sin\left(\omega_c \left(n - \frac{M}{2}\right)\right)}{\pi \left(n - \frac{M}{2}\right)}, n = 0, 1, \dots, M, \text{ 则 } h(n) \text{ 为因果的有限长。}$$

可以把 $H(z) = \sum_{n=0}^M h(n) z^{-n}$ 作为理想低通滤波器的逼近



2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ 设计思路

- 因为理想滤波器的 $h(n)$ 为无限长，对其进行加窗截短，得到的 $h'(n)$ 作为对 $h(n)$ 的逼近
- 关键在于：用怎样的窗进行截短最好？
 - 截短的过程相当于用窗函数与理想低通滤波器单位冲击响应的乘积，对应频域是两者频率响应的卷积
 - 注意：加窗之后的序列必须是因果序列，故理想低通滤波器相频响应不能为0

$$H_d(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{M}{2}\omega}, \text{ 则 } h_d(n) = \frac{\sin\left(\omega_c\left(n - \frac{M}{2}\right)\right)}{\pi\left(n - \frac{M}{2}\right)}$$

注意哪些是滤波器的参数

2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ 设计思路

- 因为理想滤波器的 $h(n)$ 为无限长，对其进行加窗截短，得到的 $h'(n)$ 作为对 $h(n)$ 的逼近
- 关键在于：用怎样的窗进行截短最好？
 - 截短的过程相当于用窗函数与理想低通滤波器单位冲击响应的乘积，对应频域是两者频率响应的卷积
 - 注意：加窗之后的序列必须是因果序列，故理想低通滤波器相频响应不能为0
 - 注意：截短之后的 $h(n)$ 总和应该进行归一化（这样保证理想低通滤波器在 $\omega=0$ 处幅频响应等于1），即截短后的 $h(n)$ 都除以 $\sum_{n=0}^M h(n)$

参见matlab的fir1.m文件

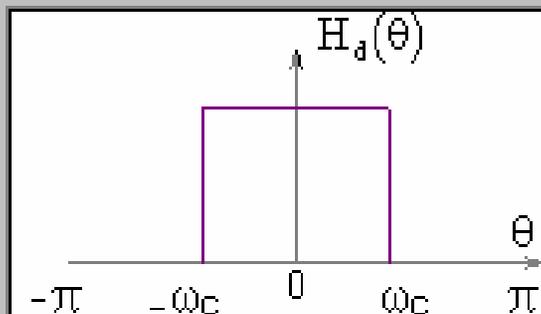
$$H(e^{j0}) = \sum_{n=0}^M h(n) e^{j0n} = \sum_{n=0}^M h(n)$$



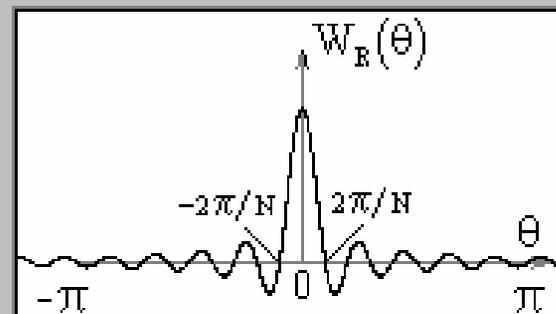
2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ 矩形窗截短的结果

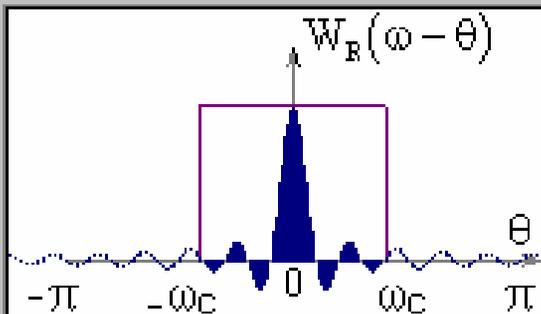
理想滤波器的幅度函数



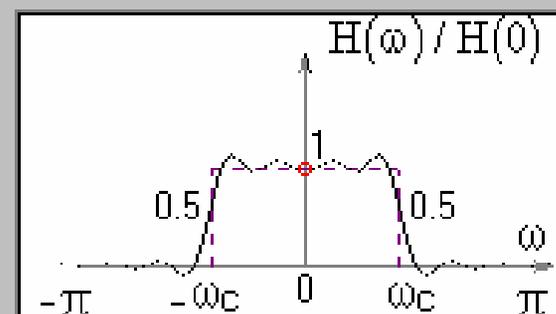
矩形窗的幅度函数



矩形窗的卷积过程图



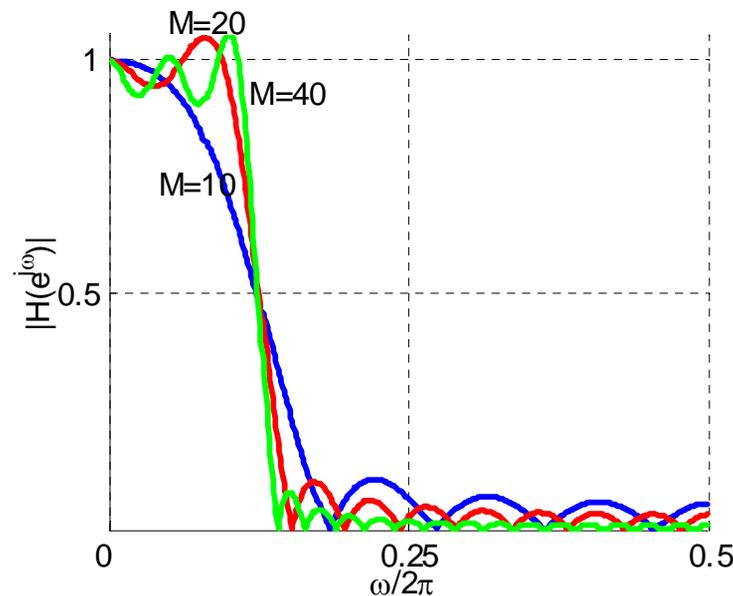
实际滤波器的幅度函数



2. FIR数字滤波器设计的窗函数法

■ 吉布斯(Gibbs)现象

- 如右图，当M增大时，通带内出现了波纹这些波纹并不消失，只是最大上冲越来越接近间断点(此处)
- 可以算出,波纹振荡的最大过冲值约为8.95%,最大欠冲值约为4.86%
- 原因在于突然截短带来的于sinc函数卷积的结果,sinc函数有较大的边瓣，导致卷积时出现吉布斯现象



为了提高滤波器性能，应该窄的过渡带，小的边瓣

第四部分(II)

有限冲激响应数字滤波器设计

- 1. FIR系统的线性相位特性
- 2. FIR数字滤波器设计的窗函数法
- 3. 窗函数
- 4. FIR数字滤波器的其他方法
- 5. 滤波器设计小结



3. 窗函数

■ 截短！！

□ 回顾矩形窗

设 $w(n)$ 是长度为 N 的矩形窗， $w(n) = 1, (n = 0, 1, \dots, N - 1)$ ，则其频谱

$$W(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n) e^{j\omega n} = e^{j(N-1)\omega/2} \frac{\sin\left(\frac{\omega N}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

当 $\omega = 0$ 时， $W(e^{j0}) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n) e^{j0n} = N$ ；当 $\frac{\omega N}{2} = k\pi$ 时，即 $\omega = \frac{2k\pi}{N}$ 时， $W(e^{j\omega}) = 0$

窗函数的主瓣：在 $\omega = 0$ 左右最近两个过零点之间的部分，即 $|\omega| \leq \frac{2\pi}{N}$

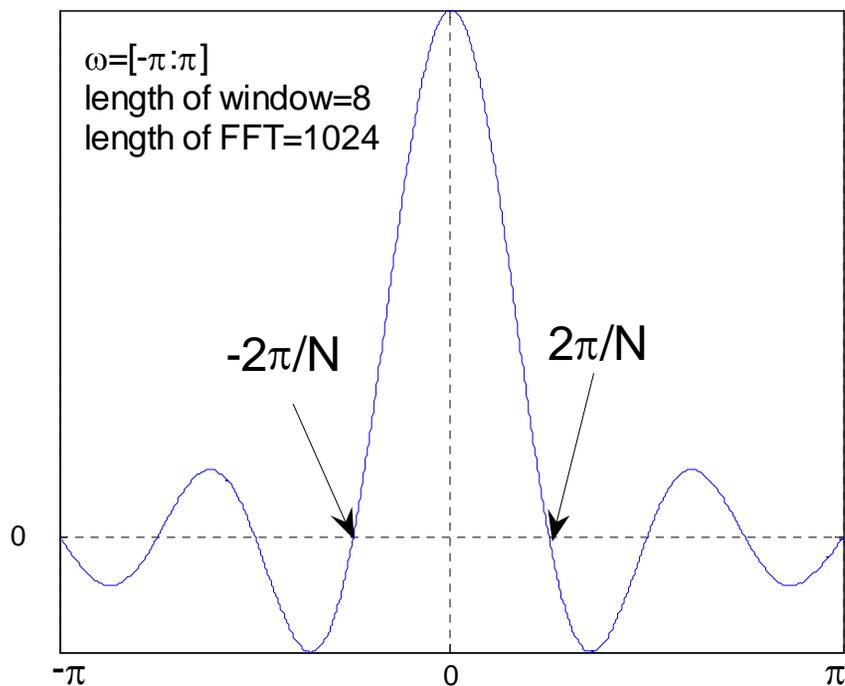
窗函数的边瓣(旁瓣)： $|\omega| > \frac{2\pi}{N}$ 的部分

注意此处的 N 是窗长度，可见对矩形窗， N 越大，主瓣越窄， N 趋于无穷大，则主瓣无限窄，边瓣趋于0，变成频域的冲激函数，与理想滤波器频响卷积后原频响保持不变

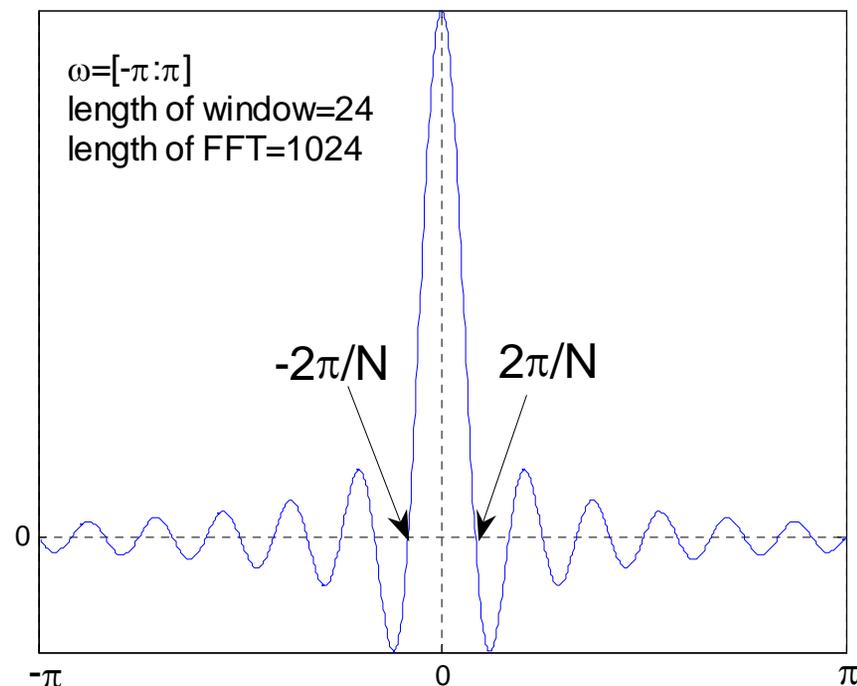


3. 窗函数

■ 矩形窗的频谱



plot with sinc(x) function



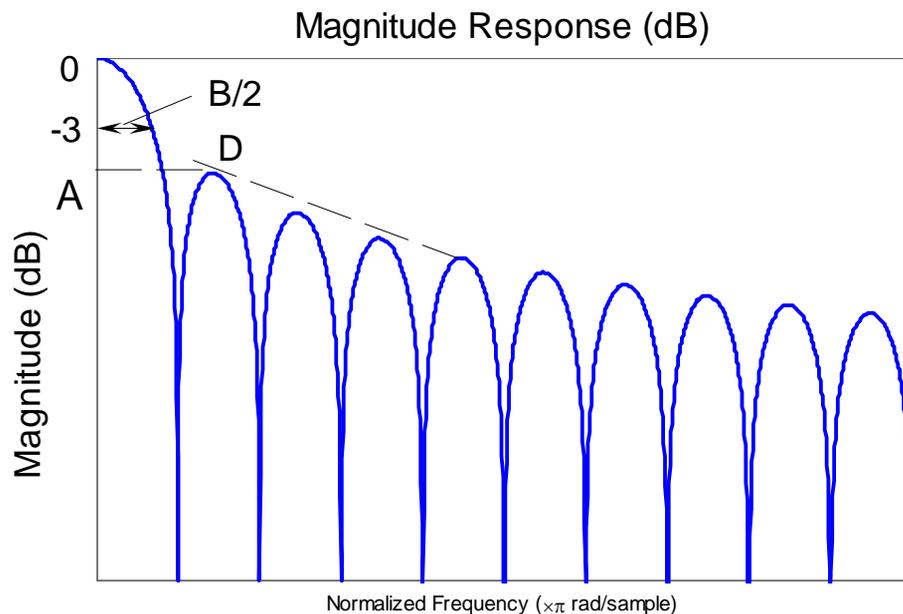
注：matlab的sinc(x)函数定义为 $\sin(\pi x)/x$

3. 窗函数

■ 窗函数性能评价指标(频域指标)

- 3dB带宽B
 - 主瓣归一化幅度下降-3dB时的带宽
 - 也有用主瓣两个过零点之间的宽度 B_0 来表示带宽, 如矩形窗为 $4\pi/N$
- 最大边瓣峰值A(dB)
 - 边瓣的最大值
- 边瓣谱峰渐进衰减速度D(dB/oct)

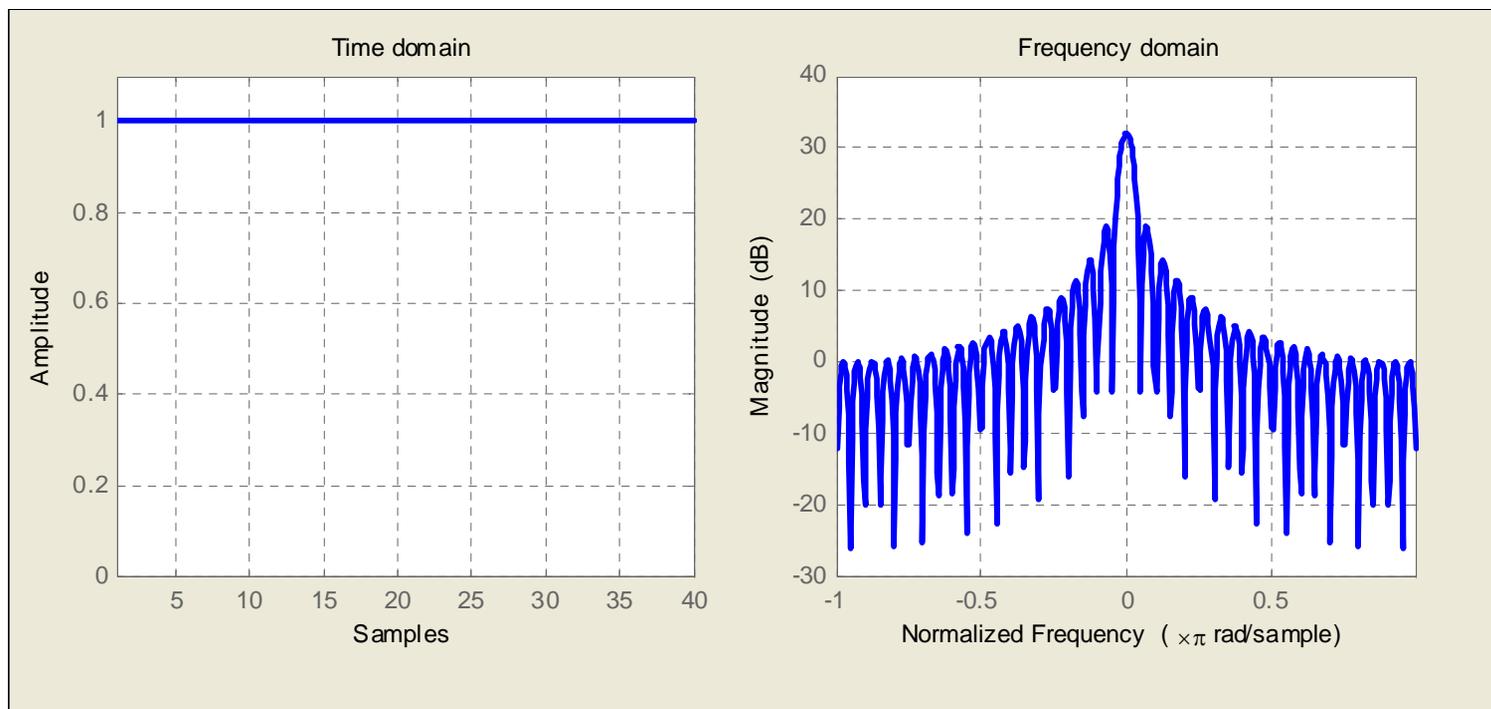
$$\text{记 } \Delta\omega = 2\pi/N$$



其他要求：窗函数 $w(n)$ 应为非负实偶函数，关于 $N/2$ 对称或 0 对称， $W(e^{j\omega})$ 尽可能为正，从中心开始非递增， $w(0) = 1$

3. 窗函数 - 常用窗函数

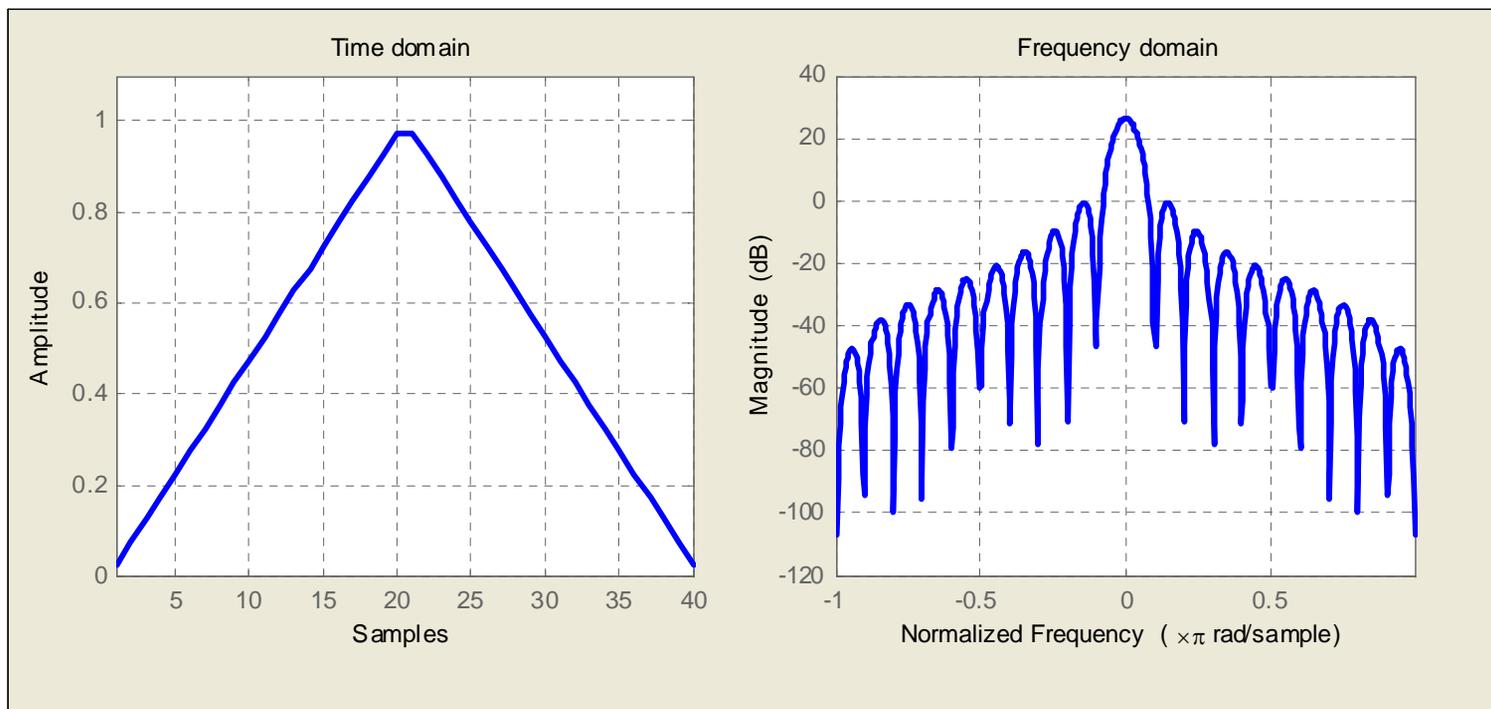
■ 矩形窗



$$B = 0.89\Delta\omega, \quad B_0 = 4\pi/N, \quad A = -13\text{dB}, \quad D = -6\text{dB/oct}$$

3. 窗函数 - 常用窗函数

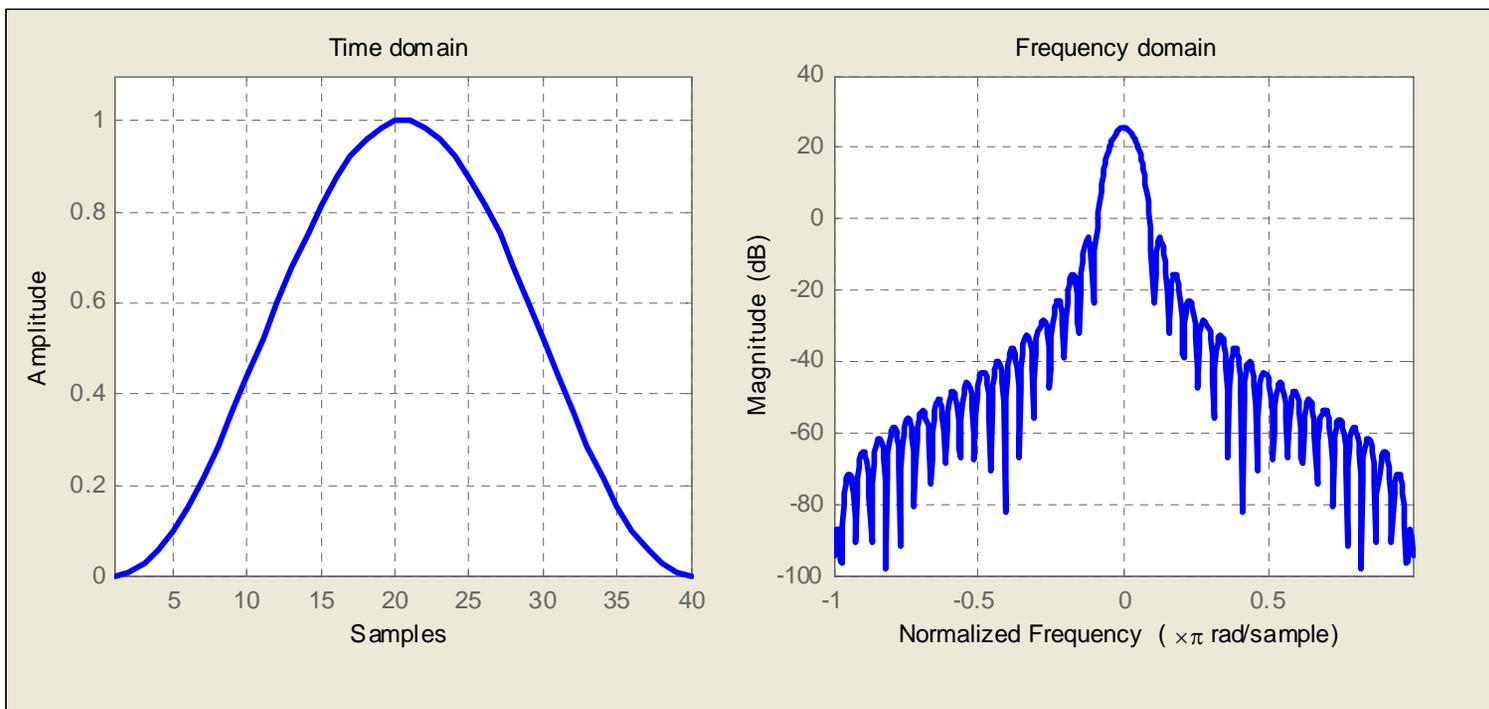
■ 三角窗



$$B = 1.28\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N, \quad A = -27\text{dB}, \quad D = -12\text{dB/oct}$$

3. 窗函数 - 常用窗函数

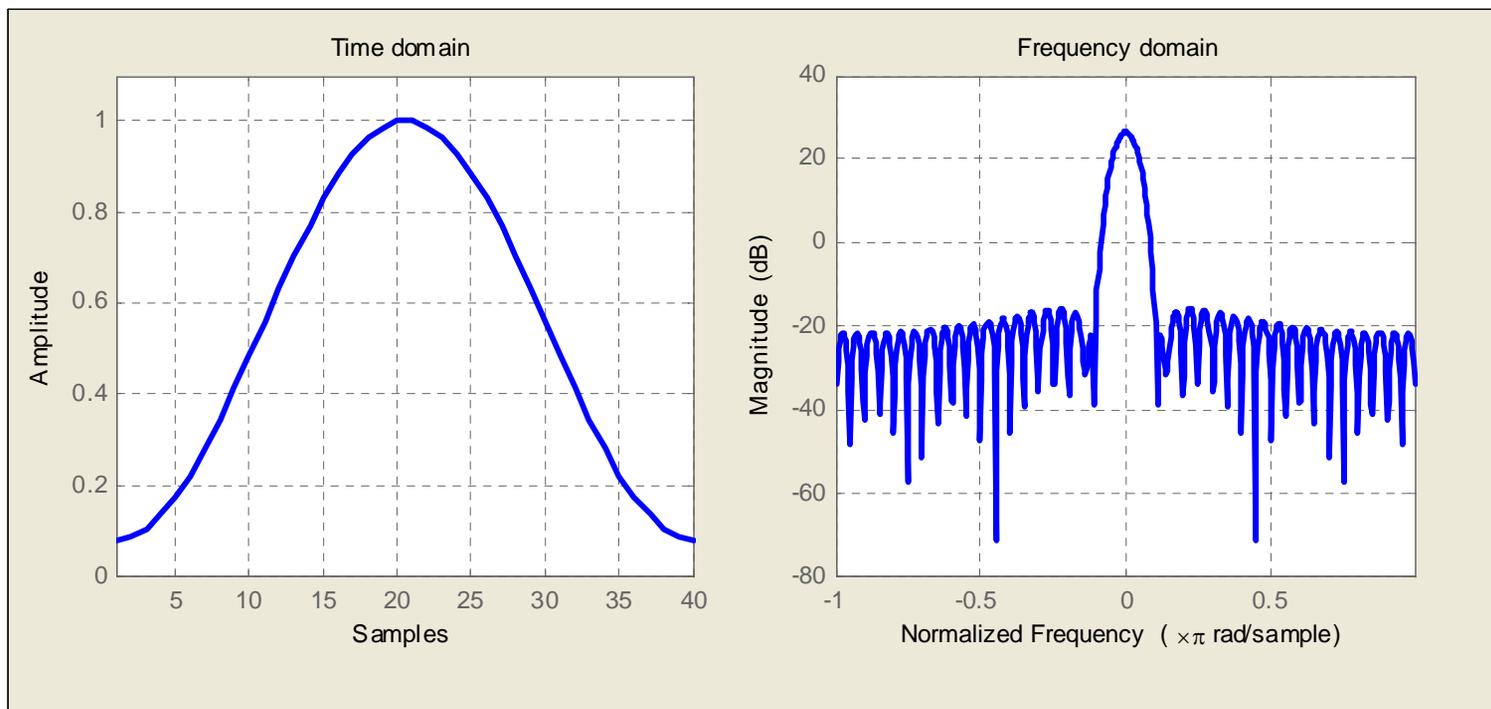
■ 汉宁(hanning)窗



$$B = 1.44\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N, \quad A = -32\text{dB}, \quad D = -18\text{dB/oct}$$

3. 窗函数 - 常用窗函数

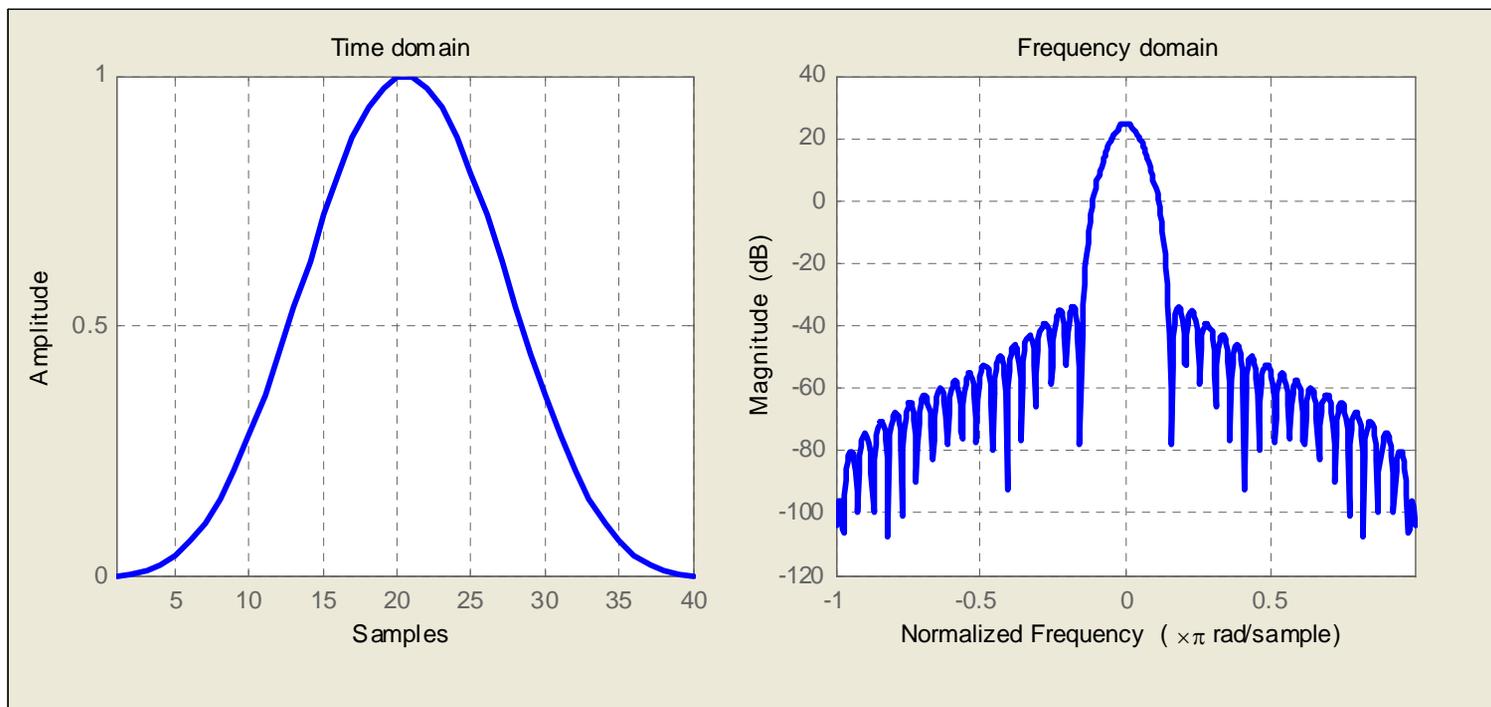
■ 海明(hamming)窗



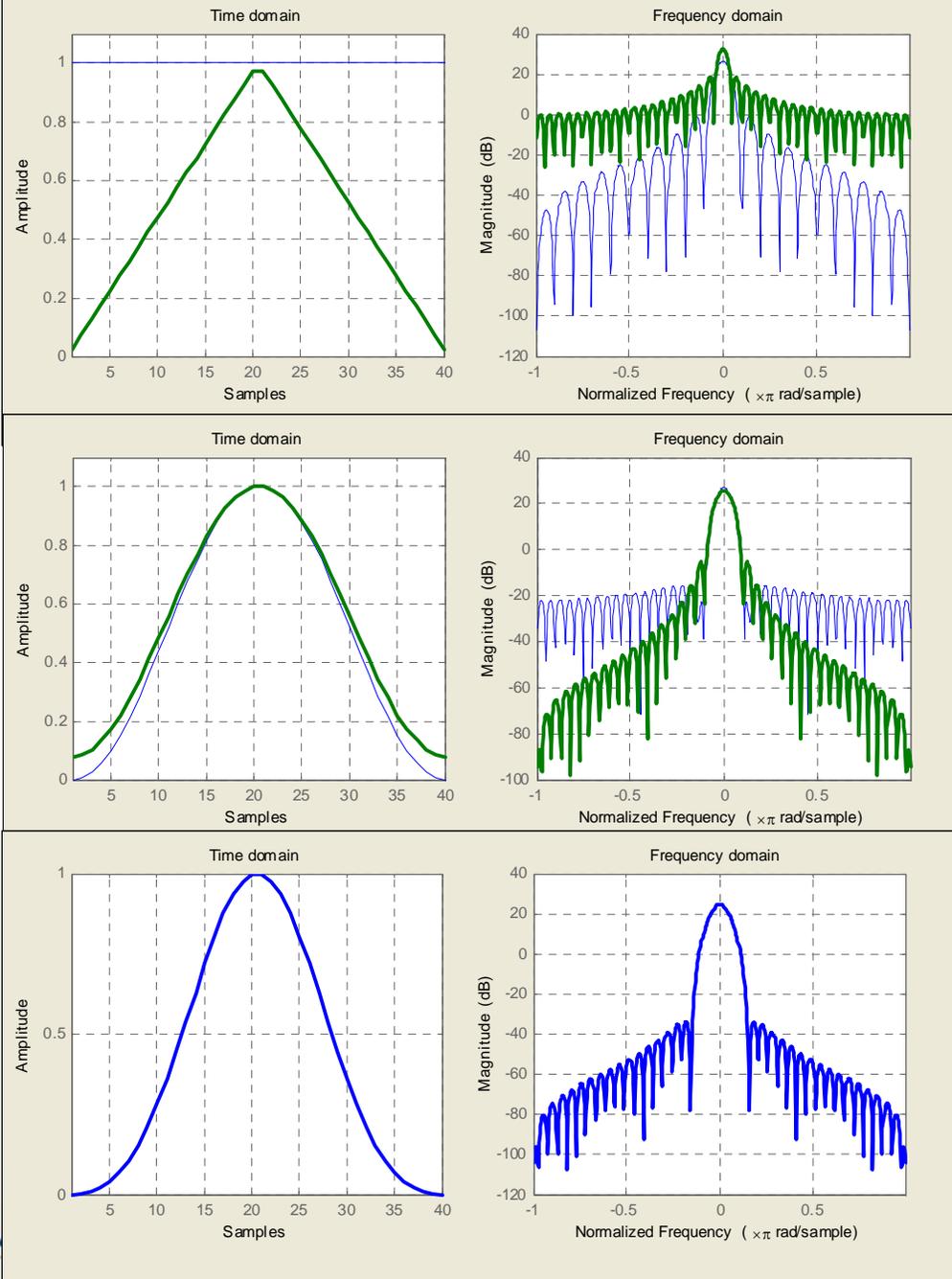
$$B = 1.3\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N, \quad A = -43\text{dB}, \quad D = -6\text{dB/oct}$$

3. 窗函数 - 常用窗函数

■ 布莱克曼(blackman)窗



$$B = 1.68\Delta\omega, \quad B_0 = 12\pi/N, \quad A = -58\text{dB}, \quad D = -18\text{dB/oct}$$



矩形窗：

$$B = 0.89\Delta\omega, \quad B_0 = 4\pi/N,$$

$$A = -13\text{dB}, \quad D = -6\text{dB/oct}$$

三角窗：

$$B = 1.28\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N,$$

$$A = -27\text{dB}, \quad D = -12\text{dB/oct}$$

汉宁窗：

$$B = 1.44\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N,$$

$$A = -32\text{dB}, \quad D = -18\text{dB/oct}$$

海明窗：

$$B = 1.3\Delta\omega, \quad B_0 = 8\pi/N,$$

$$A = -43\text{dB}, \quad D = -6\text{dB/oct}$$

布莱克曼窗：

$$B = 1.68\Delta\omega, \quad B_0 = 12\pi/N,$$

$$A = -58\text{dB}, \quad D = -18\text{dB/oct}$$



3. 窗函数 - 常用窗函数

■ 窗函数结论

- 迄今已经有十几种窗函数
- 前面几种窗比较可知
 - 矩形窗主瓣最窄，但边瓣最大，衰减最慢
 - 海明窗和汉宁窗主瓣稍宽，但边瓣较小，衰减较快，比较常用
 - 三角窗的频谱恒为正值
- Matlab产生窗函数的m文件
 - bartlett(巴特莱特三角窗), triang(三角窗), blackman(布莱克曼窗), rectwin(矩形窗，以前用boxcar)
 - hamming(海明窗), hanning(汉宁窗)
 - chebwin(切比雪夫窗), kaiser(凯赛尔窗)



3. 窗函数 - FIR低通滤波器设计步骤

1. 根据通道 Ω_p 和阻带 Ω_s 处的衰减指标，确定窗函数形式 $w(n)$ ，并确定相应数字频率 $\omega_p = \Omega_p T, \omega_s = \Omega_s T$ 。

2. 根据过渡带宽 $\Delta\omega = \omega_s - \omega_p$ ，确定加窗宽度 N ；

$$N \geq P \cdot 4\pi / \Delta\omega;$$

P根据窗函数确定

3. 确定冲激响应位移系数 $m = \frac{N-1}{2}$ ，则滤波器单位冲激响应为：

$$h(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-m)]}{\pi(n-m)} w(n)$$

理想低通滤波器
系统函数

式中可取 $\omega_c = \omega_p$ ；

4. 计算FIR滤波器的频率响应

5. 审核技术指标是否满足要求，如不满足，则取更大的 N 值重新设计。

第四部分(II)

有限冲激响应数字滤波器设计

- 1. FIR系统的线性相位特性
- 2. FIR数字滤波器设计的窗函数法
- 3. 窗函数
- 4. FIR数字滤波器的其他方法
- 5. 滤波器设计小结

4. FIR数字滤波器的其他方法

■ 频率抽样法简介

□ 对理想滤波器的频率响应进行抽样

设目标滤波器的频率响应为 $H_d(e^{j\omega})$,对其进行抽样得 $H_d(k)$,由 $H_d(k)$ 的反变换得 $h(n)$,由 $h(n)$ 做DTFT又得到 $H(e^{j\omega})$ 。再对 $H(e^{j\omega})$ 进行抽样,令抽样点数 $L = mN$, m 为大于1的整数,得 $H(l)$ 。则 $H(l)$ 在 $l = mk$ 的抽样点上严格等于所希望的 $H_d(e^{j\omega})$,而在 $l \neq mk$ 的点上,则是有内插函数得到

- 这种FIR系统实际上类似IIR系统,也有零点和极点,只是极点落在单位圆上,由同样位置的零点抵消
- 特性得到了很大的改善,但和窗函数法一样,不易精确指定通阻带边频

4. FIR数字滤波器的其他方法

■ 切比雪夫逼近法

- 问题重新描述：窗函数法(傅里叶级数法)和频率抽样法都是不同意义上对理想频率特性 $H_d(e^{j\omega})$ 的逼近
- 从数值逼近理论来看：对某个函数 $f(x)$ 逼近的方法一般有三种(1)插值法(2)最小平方逼近(3)最佳一致逼近

插值法：寻找一 n 阶多项式(或三角多项式) $p(x)$ ，使它在 $n+1$ 个点上满足

$$p(x_k) = f(x_k), k = 0, 1, \dots, n$$

在其他点上， $p(x)$ 是 $f(x_k)$ 的某种组合。

例如频率抽样法

4. FIR数字滤波器的其他方法

■ 切比雪夫逼近法

- 问题重新描述：窗函数法(傅里叶级数法)和频率抽样法都是不同意义上对理想频率特性的逼近
- 从数值逼近理论来看：对某个函数 $f(x)$ 逼近的方法一般有三种(1)插值法(2)最小平方逼近(3)最佳一致逼近

最小平方逼近：在所需要的范围内,如区间 $[a, b]$ ，使积分

$\int_a^b [p(x) - f(x)]^2 dx$ 最小，即总体误差最小，单未必每个局部都最小

如傅里叶级数法，该方法在间断点处出现了较大的过冲(Gibbs现象)

4. FIR数字滤波器的其他方法

■ 切比雪夫逼近法

- 问题重新描述：窗函数法(傅里叶级数法)和频率抽样法都是不同意义上对理想频率特性的逼近
- 从数值逼近理论来看：对某个函数 $f(x)$ 逼近的方法一般有三种(1)插值法(2)最小平方逼近(3)最佳一致逼近

最佳一致逼近：在所需要的范围内,如区间 $[a, b]$ 内,使误差函数 $E(x) = |p(x) - f(x)|$ 较均匀一致,并且通过合理的选择 $p(x)$,使 $E(x)$ 的最大值 E_n 达到最小。切比雪夫逼近理论解决了 $p(x)$ 的存在性、唯一性以及如何构造等一系列问题。该方法能够取得较好的通阻带特性,且能准确的指定通阻带边频,是一种有效的设计方法



第四部分(II)

有限冲激响应数字滤波器设计

- 1. FIR系统的线性相位特性
- 2. FIR数字滤波器设计的窗函数法
- 3. 窗函数
- 4. FIR数字滤波器的其他方法
- 5. 滤波器设计小结

设计FIR DF的实做

FIR DF设计的窗函数法不像IIR DF的设计那样能够精确的指定通带阻带边缘频率 ω_p, ω_s ,也不能精确的给定通阻带内的衰减 a_p, a_s ,而是仅给出通带的截止频率(理想滤波器截止频率 ω_c ,即 ω_p),其他几个参数是靠 $w(n)$ 的长度 N 以及所使用的窗函数的特性来决定。选定窗函数之后,可以不断调整 N ,以检查通阻带是否达到要求,这些通过计算机设计是很容易的

matlab设计FIR滤波器的m文件, (默认海明窗)

- 1) fir1(N,Wn) 或 fir1(N,Wn,'high') 或 fir1(N,Wn,'stop')
- 2) fir2(N,F,M) 设计指定幅频响应形状 of FIR 滤波器
- 3) remez(N,F,A) 切比雪夫最佳一致逼近法
- 4) firls.m 最小平方方法线性相位

... ..





5. 滤波器设计小结

■ 滤波器类型的选择

□ 滤波器要强调的侧重面:最大限度去噪? 线性相位? 实时性?

□ IIR滤波器

- 最大优点可取得非常好的通阻带特性, 准确的边频, 计算量小; 缺点是不具有线性相位, 存在稳定性问题
- 借用模拟滤波器设计方法: 巴特沃思具有最平的通带特性, 但要取得高的阻带衰减需要高阶次; 切比雪夫I型通带内是等波纹, 同样阻带条件下, 阶次低于巴特沃思
- 如果目标是最大限度地去噪而没有别的限制, 则选择IIR

□ FIR滤波器





5. 滤波器设计小结

■ 滤波器类型的选择

- 滤波器要强调的侧重面:最大限度去噪? 线性相位? 实时性?
- IIR滤波器
- FIR滤波器
 - 最大优点是可实现线性相位, 不存在稳定性问题, 如果不要求实时, 还可以实现零相位滤波器; 缺点是为了获得好的通阻带特性, 阶次往往较高(>30), 因此计算量大, 不易实时
 - 窗函数法和频率抽样法得到的滤波器特性不够理想, 切比雪夫最佳一致逼近则既有好的衰减特性又有好的边频, 是公认FIR设计好方法
 - 如果特别要求不产生相位失真和计算速度, 最好选择FIR





5. 滤波器设计小结

■ 滤波器类型的选择

- 滤波器要强调的侧重面:最大限度去噪? 线性相位? 实时性?
- IIR滤波器
- FIR滤波器
- 其他用途滤波器
 - 平均滤波器, 平滑滤波器, 简单整系数滤波器
 - 梳状滤波器, 全通滤波器
 - 多抽样率信号处理中的滤波器组
 - 基于统计意义最优的现代滤波器 (维纳、卡尔曼等自适应滤波器)

